Wachstumsmodelle

Exponentielles Wachstum
Allgemeine Funktionsgleichung: $f(x) = ca^x$

Beispiele aus dem Unterricht:
- Bakterienkultur $f(x) = 2^x$
- Lotusblumen $f(x) = 2*2^x$
- Seerosen $f(x) = 17*2^{\frac{x}{4}}$

Beschränktes Wachstum
Allgemeine Funktionsgleichung: $f(x) = k - ca^x$, wobei k die Kapazitätsgrenze ist, die nicht überschritten wird

Beispiel:
In einer Stadt gibt es ungefähr 80 000 Haushalte, von denen rund ein Viertel vom analogen zum digitalen Fernsehen wechseln wollen.
Die zugehörige Bestandsfunktion lautet: $f(x) = 20\,000 – 20\,000 * 0{,}965^x$, wobei x in Monaten gerechnet wird.

a) Wann werden mehr als die Hälfte der Haushalte digitales Fernsehen haben?
b) Wie viele Haushalte werden in 2 Jahren digitales Fernsehen haben?

Lösungen:

a) $10\,000 = 20\,000 - 20\,000 * 0{,}965^x$
$10\,000 = 20\,000 * 0{,}965^x$
$½ = 0{,}965^x$ /logarithmieren
$\ln(½) = x * \ln(0{,}965)$ /Anwendung der LG
$\ln(1) – \ln(2) = x * \ln(0{,}965)$
$-\ln(2) : \ln(0{,}965) = x$
$x = 19{,}4$
Nach ca. 19 ½ Monaten werden 50 % der Haushalte digitales Fernsehen besitzen.

b) $f(24) = 20\,000 – 20\,000 * 0{,}965^{24} = 11\,495$
Nach 2 Jahren werden 11 495 Haushalte digitales Fernsehen haben.

Logistisches Wachstum
Allgemeine Funktionsgleichung: $f(x) = \frac{a}{b + c * d^x}$, wobei a, b, c, d Konstante sind.

Beispiel:
Ein Schüler einer Schule, die von 850 Schülern besucht wird, verbreitet um 8.00 Uhr das Gerücht, dass es Hitzefrei gäbe. Mit der folgenden Bestandsfunktion lässt sich die Verbreitung des Gerüchts beschreiben:

$$f(x) = \frac{1700}{2 + 848 * 0{,}2440296496^x}$$

a) Um 9.00 Uhr wissen schon 8 Schüler von dem Gerücht. Wie viele werden es um 13.00 Uhr wissen?
b)

Lösungen:

a) 8.00 Uhr entspricht dem Zeitpunkt 0, 13.00 Uhr demzufolge der Zeiteinheit 5
$f(5) = 622$
Um 13.00 Uhr wissen 622 Schüler von dem Gerücht.