Vertiefung des Funktionsbegriffs **Lösungen**

1. **Grundlagen** Erläutern Sie folgende Fachbegriffe und Gleichungen:

a) Variable: Platzhalter für eine unbekannte Zahl
b) Parameter: ein veränderliches Element („beliebig, aber fest“) z.B. das „m“ bei „y = mx“
c) Funktionswert: Bei einer Funktion wird jedem Wert der unabhängigen Variablen x genau ein Funktionswert f(x) zugeordnet
d) f(0) = 2: Schnittpunkt auf Y-Achse ist (0;2)
e) f(x) = 2: Der y-Wert der Funktion beträgt immer 2, d.h. der Graph ist eine Parallele zur x-Achse
f) f(2) = 0: Der y-Wert an der Stelle x=2 ist 0, d.h. an x=2 liegt eine Nullstelle

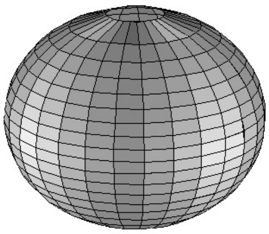
2. **Koordinatensystem** Entscheiden und begründen Sie!

Die x-Achse ist die vertikale Achse.	f	Nein, sie ist waagerecht
Ein Punkt hat zwei Koordinaten, die erste bezieht sich auf die Lage zur x-Achse.	w	Auf der x-Achse werden die x-Werte des Punktes abgetragen
Mit f(x) kann die x-Koordinate eines Punktes berechnet werden, der auf dem Graphen von f liegt.	f	f(x)=y, d.h. Berechnung der y-Koordinate zu einem gegebenen x
Die Paare (3;5) und (5;3) ergeben den gleichen Punkt im Koordinatensystem.	f	Nein, die jeweiligen x- und zugehörigen y-Werte sind vertauscht
Die y-Koordinate eines Punktes P lässt sich mit Hilfe der Funktionsgleichung berechnen.	w	Ja, durch Einsetzen eines konkreten x-Wertes in f(x) ergibt sich der y-Wert
Der Funktionswert f(3) gibt den x-Wert eines Punktes an.	f	Nein, der Punkt hat 2 Koordinaten (3; f(3))
Ist der Funktionswert 0, dann liegt der zugehörige Punkt auf der y-Achse.	f	Falsch, er liegt auf der x-Achse (Nullstelle)
Funktionswerte sind y-Koordinaten von Punkten, die auf dem Graphen einer Funktion liegen.	w	Ja, Punkte auf dem Graphen von f haben die Koordinaten (x; f(x))w
Ein Funktionsgraph kann die y-Achse nur einmal schneiden, die x-Achse aber mehrmals.	w	Ja, X-Achse mehrfach möglich bei mehreren Nullstellen
In einem Koordinatensystem liegt der Punkt P(3; -4) im ersten Quadranten.	f	Nein im 4.
Mit f(0) kann ich die Schnittstelle des Graphen von f mit der x-Achse berechnen.	f	Nein, denn f(0) gibt die Schnittstelle auf der y-Achse an
f(x) = 0 ist der Ansatz zur Berechnung von Nullstellen.	w	Ja, denn der Funktionswert einer Nullstelle muss immer 0 sein
Haben zwei Graphen einen Punkt gemeinsam, dann sind die x-Koordinaten gleich.	w	Aber nur für diesen Punkt!
Haben zwei Graphen einen Punkt gemeinsam, dann sind die y-Koordinaten gleich.	w	Aber nur für diesen Punkt!

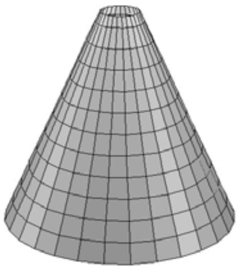
Die 1. Winkelhalbierende hat die Funktionsgleichung y = x.	w	f(x)=x
Die 2. Winkelhalbierende hat die Funktionsgleichung x = y	f	f(x)=-x
$f(x) = x^2$ beschreibt eine Funktion, die jeder Zahl das Doppelte zuordnet und ihr Graph ist eine Gerade.	f	Der Graph ist eine Quadratische Funktion!
Der Ansatz zur Berechnung von gemeinsamen Punkten von zwei Funktionen lautet: x = y	f	f(x)=g(x)

3. **Füllkurven**

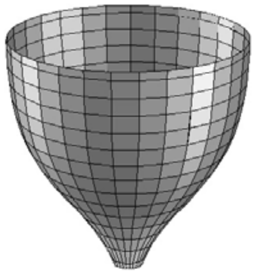
Ordnen Sie jedem der Gefäße die passende Füllkurve mit Begründung zu.



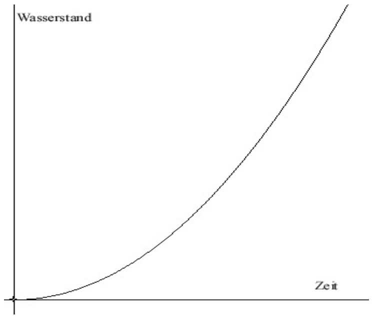
A



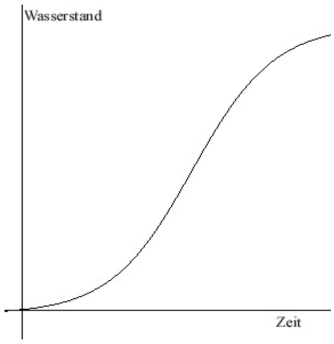
B



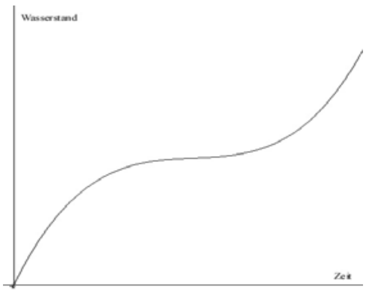
C



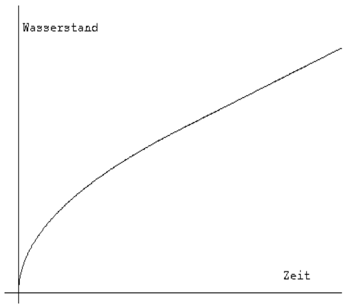
a)=B: Wasserpegel steigt erst langsam an und steigt dann immer schneller/steiler an



b) Keine passende Form vorhanden



c)=A: Pegel steigt erst schnell an, „Bauch“ der Kugel ist aber breiter, somit steigt Pegel langsamer an, danach wieder schneller



d)=C: Pegel steigt anfangs schnell an, dann langsamer und dann gleichmäßig

4. **unvollständige Wertetabelle – zum Nachdenken und Knobeln**

Sternschnuppen entstehen, wenn Meteoriten in die Erdatmosphäre eintreten und verglühen. Die Temperatur, die ein Meteorit hat hängt von der Geschwindigkeit ab, mit der er in die Erdatmosphäre eintritt. Dieser Zusammenhang wird in der nebenstehenden Tabelle dargestellt.
Leider sind Werte verloren gegangen.
Lassen sich die Werte bis zur Geschwindigkeit von 20 Meilen/s ermitteln?

Geschw. (Meilen/s)	Höchste Temp. (°C)	Differenz der Temp. (°C)
5	11 250	4050
6	16 200	4950
7	22 050	5850
8	28 800	6750
9	36 450	7650
10	45000	8550
11	54450	9450
12	64800	10350
13	76050	11250
14	88200	12150
15	101250	13050
16	115200	13950
17	130050	14850
18	145800	15750
19	162450	16650
20	180000	17550

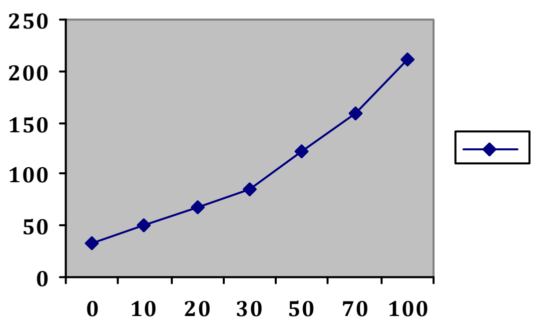
5. **Temperaturskalen und Klimadiagramme**

In den USA werden Temperaturen in °F (Grad Fahrenheit) gemessen. Jede Temperatur in °C (Grad Celsius) kann man umrechnen in °F indem man °C mit $\frac{9}{5}$ multipliziert und die Zahl 32 addiert

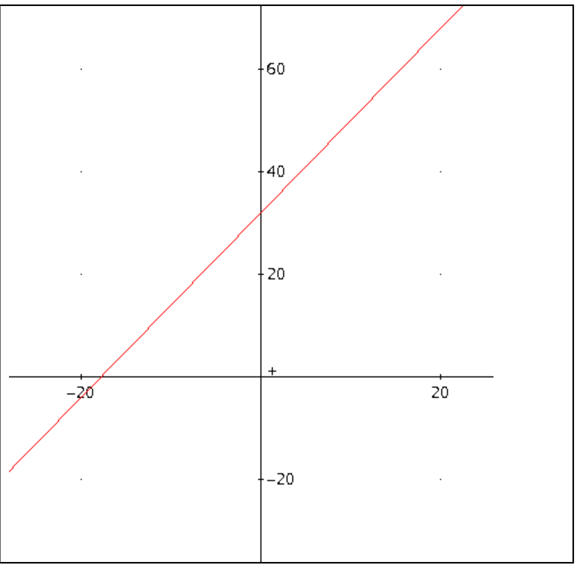
a) Füllen Sie die Tabelle aus:

X	Temperatur (°C)	0	10	20	30	50	70	100
Y	Temperatur (°F)	33,8	50	68	86	122	158	212

b) Stellen Sie die Zuordnung graphisch dar. f(x)= x*9/5+32

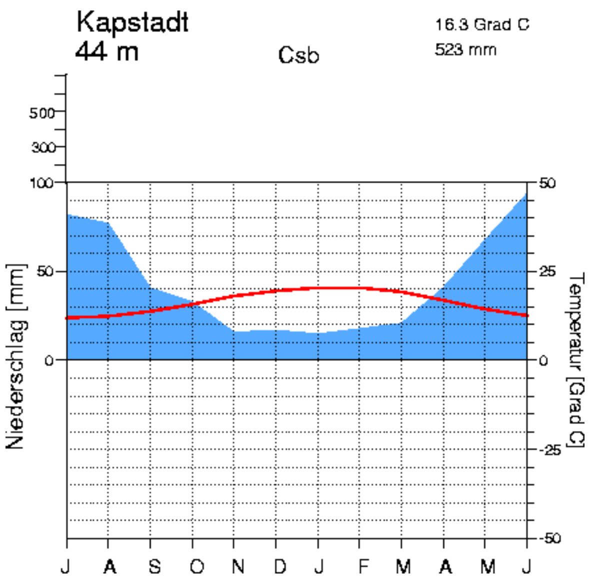


X-Achse: °C Y-Achse: °F
(keine äquidistante Einteilung der x-Achse)



c) Im letzten Sommer war es bei uns 41°C heiß. Was würde ein amerikanisches Thermometer anzeigen?
105,8°F (=41*9/5+32)
Die höchste gemessene Temperatur in Amerika wurde im Death Valley gemessen: 143°F. Ermitteln Sie diese Temperatur in °C.
61,67°C (=(143-32):9/5)

d) Bei den häufig verwendeten Walter-Lieth-Klimadiagrammen werden Temperatur- und Niederschlagskurve gemeinsam in einem Diagramm dargestellt, um die Verdunstung mit einzubeziehen. Die Niederschläge werden mittels einer blauen Kurve/Fläche und die Temperaturen mit einer roten Kurve dargestellt. Bei der Temperaturkurve sind die durchschnittlichen Temperaturwerte, beim Niederschlag die durchschnittliche Gesamtmenge der Niederschläge pro Monat angegeben. Verläuft die Niederschlagskurve oberhalb der Temperaturkurve, spricht man von Humidität, im umgekehrten Fall von Aridität.



aus: http://www.klimadiagramme.de/Afrika/kapstadt.html

a) Beschreiben Sie den Aufbau des Klimadiagramms von Kapstadt unter funktionalem Gesichtspunkt.
Auf der x-Achse werden die Monate und auf der y-Achse sowohl die Niederschlagsmenge als auch die Temperatur abgetragen, d.h. die y-Achse ist doppelt belegt. Die Zahlenwerte für den Niederschlag sind doppelt so hoch wie für die Temperatur. So können zwei unterschiedliche Funktionen in einem Diagramm dargestellt werden.
Durch die Darstellung beider Werte zusammen in einem Diagramm sieht man auf einen Blick das monatliche Verhältnis der Temperatur zum Niederschlag. Man sieht sofort in jedem Monat ohne mühsames Vergleichen, welcher Wert der höhere/niedrigere ist.
Der durchschnittliche Gesamtniederschlag eines Monats, bzw. die Durchschnittstemperatur wird als Punkt auf der Parallelen zur y-Achse durch die Stelle, an der der Monatsname steht, eingetragen. Eine verbindende Kurve kann gezeichnet werden, da auf der x-Achse Zeitangaben in Monaten stehen und die y-Wert sich nicht sprunghaft ändern.

b) Überlegen Sie, warum in der unteren Zeile die Monate mit J (Juli) beginnen.

Kapstadt liegt auf der Südhalbkugel und dort ist Sommer, wenn bei uns Winter ist (-> Stellung der Erde zur Sonne)

c) Beschreiben Sie den Verlauf der Temperatur- und der Niederschlagskurve unter Verwendung mathematischer Fachbegriffe, wie Hoch-, Tiefpunkte, Monotonie.
Die Temperaturkurve hat ihren Tiefpunkt im Juli mit 10 °C und steigt dann monoton an. Der Höchstwert der Temperatur befindet sich im Januar mit 20°C, danach fällt die Kurve monoton bis Juni, wo fast der niedrigste Wert vom Juli erreicht wird. Bei dem Niederschlagswert ist es genau umgekehrt. Die Niederschlagskurve beginnt bei 80mm Niederschlag im Juli, fällt dann monoton bis November auf 15mm, steigt geringfügig um 1-2 mm im Dezember und fällt monoton bis Januar auf ca.14mm. Anschließen steigt die Kurve erst schwach, dann ab Mai stärker an, so dass im Juni der Höchstwert von 91mm erreicht wird. Diese Darstellung zeigt deutlich, dass die Temperatur „mittig" des Diagramms ihren Höhepunkt und die Niederschlagskurve dort ihren Tiefstwert erreicht, d.h. die Temperaturkurve liegt über der Niederschlagskurve.
Geben Sie an, in welchen Monaten in Kapstadt arides und in welches humides Klima herrscht.
Da die Temperaturkurve oberhalb der Niederschlagskurve verläuft, herrscht von Oktober bis Mitte März in Kapstadt arides Klima, in den restlichen Monaten ist es dort humid.

6. **Erweiterung des Funktionsbegriffs** - nicht relevant für unseren Unterricht, aber interessant ;))

Funktionen können nicht nur unter dem Zuordnungsaspekt betrachtet werden, sondern auch unter einem Abhängigkeitsaspekt (Kovariation). Dann ergeben sich folgende Fragen:

- Wie verhält sich x unter einer Änderung von y?
  Sie sind voneinander abhängig. Verändert sich x, dann verändert sich auch gezwungenermaßen y. Die Geschwindigkeit, mit der sich y ändert hängt von der Funktionsgleichung ab.
- Welchen Bereich \`überstreicht´ y?
  Je nach Funktionsgleichung werden nur positive oder negative oder auch beide Bereiche der Wertemenge „überstrichen", bzw. genutzt oder angezeigt.

- In welchen x-Bereichen ist y positiv?
  Das hängt von der eingegebenen Funktion ab, z.B. in den Bereichen wo x>0,5 ist!

Unter: http://www.mathe-online.at/galerie/fun1/FunktAbh/n_FunktAbh.html finden Sie ein Applet, das anhand vieler Beispiele den Kovarianzaspekt veranschaulicht.