Arbeitsanleitung Mathematik

Was ist eine Verschiebung?
Eine Verschiebung ist eine Abbildung, die jedem Punkt der x-y Zeichenebene einen Bildpunkt zuordnet.

Gegeben ist die allgemeine Funktionsgleichung einer verschobenen Normalparabel $y=x^2+px+q$
Bei dieser Prabel wurde die Normalparabel um xs Einheiten entlang der x-Achse und ys Einheiten entlang der y-Achse verschoben
Ihr Scheitelpunkt ist S(xs/ys).

Gegeben ist der Scheitelpunkt S
Die o. g. Gleichung wird dann umgeformt in die Scheitelpunktform
$f(x)=(x-xs)^2+ys$

Jede Funktionsgleichung einer Parabel kann mit Hilfe der quadratischen Ergänzung in die Scheitelpunktform umgeformt werden, so dass man ihren Scheitelpunkt und ihre Eigenschaften ablesen kann.

Es ist besonders darauf zu achten, dass bei der Entnahme der Koordinaten des Scheitelpunktes aus der Scheitelpunktform-Gleichung, das Vorzeichen der x-Koordinate verändert werden muss und das Vorzeichen der y-Koordinate aber erhalten bleibt.

Aufgabenstellung

Der Scheitelpunkt einer verschobenen Parabel ist gegeben,
und gesucht wird die dazugehörige Funktionsgleichung

$$\mathbf{y = x^2 + px + q}$$

Bei dem gegebenen Scheitelpunkt handelt es sich um die Werte:

(xs; ys)

Wir setzen also die Scheitelpunktskoordinaten in die Scheitelpunktsform, die

$$\mathbf{f(x)= (x-xs)^2+ys}$$

lautet, ein. Dies ausgerechnet ergibt die gesuchte Funktionsgleichung.

Beispiel: S(3;-2)

Hierzu benötigt man die Scheitelpunktsformel: f(x)=(x-xs)^2+ys

In diesem Beispiel also: f(x)=(x-3)^2+ (-2)

Wenn man diese Funktion ausrechnet, kommt man auf die allgemeine Funktionsgleichung.

f(x) = (x-3) (x-3)+(-2)
=x^2-6x+9-2
=x^2-6x+7

Aufgabenstellung

Suche den Scheitelpunkt, wenn die Funktionsgleichung bekannt ist:

Hier muss man aus der allgemeinen Funktionsgleichung mit Hilfe der quadratischen Ergänzung zur Scheitelpunktsformel kommen.

Beispiel:
Wir haben die Funktion y=x^2+x-2.
In dieser Aufgabe wird der Scheitelpunkt und ihre Schnittpunkte gesucht.
Zur Berechnung des Scheitelpunktes werden folgende Schritte vorgenommen:

- quadratische Ergänzung => y=(x+1/2)^2-(1/2)^2-2
- ausgerechnet ergibt es=> y=(x+1/2)^2-1/4-2
- **S(-1/2; -2,25)**

oder

- Formel

  (x-xs)^2 +ys
  diese Formel setzte ich ein, wenn ich die Scheitelpunkte bereits kenne.

  S (-b/2a ; c –b^2/4a)

- Einsetzen in die Formel

  y= (x +1/2)^2 – (1/2)^2-2

- **Ergebnis: S (-1/2 ; -2,25)**

Aufgabenstellung

Gib den Scheitel der Parabel und ihre Schnittpunkte mit den Koordinatenachsen an.

Gegeben ist z.B.: y=x^2+x-2

Man kommt hier über die vorgegebene allgemeine Funktionsgleichung über die quadratische Ergänzung zur Scheitelpunktsformel und kann dann den Scheitelpunkt berechnen.

Die Schnittpunkte mit der x-Achse erhält man, indem man die Nullstellen berechnet.
Das heißt man setzt die vorgegebene Funktionsgleichung gleich null.

- Funktionsgleichung wird Null gesetzt, da die y-Koordinate der Nullstelle den Wert 0 hat
  Beispiel: x^2+x-2=0

- In die p,q Formel setze ich meine Zahlen ein und rechne diese aus
  x = - ½ +/- Wurzel((1/2)^2 + 2)
  x = - ½ +/- Wurzel (9/4)

x = - ½ + 3/2 oder x = -1/2 – 3/2
x = 1 oder x = -2

Den Wert der y-Achse erhält man, indem man für x den Wert 0 einsetzt, da der Schnittpunkt mit der y-Achse die x-Koordinate 0 hat:

- f(0)=0^2+0-2
- **Ergebnis=> P(0;-2)**

Aufgabenstellung

Von einer verschobenen Normalparabel sind zwei Punkte P1 und P2 bekannt. Stelle die Funktionsgleichung auf.

Hier muss man die Koordinaten von P1 in die allgemeine Funktionsgleichung f(x) = x^2 + bx + c einsetzen. Dasselbe macht man mit den Koordinaten von P2. Diese Funktionsgleichungen löst man nach den Variablen auf, z.B. Additionsverfahren oder Gaußscher Algorithmus..

Aufgabenstellung

Zwei Parabeln sind durch ihre Funktionsgleichungen gegeben. Berechne die Schnittpunkte.

In einem ersten Schritt werden beide quadratischen Gleichungen gegeneinander gleich gestellt,

Beispiel:
x^2 –3x+4 = x^2+2x-7.

Daraufhin wird diese neu entstandene Gleichung entsprechend der Regeln für die Termumformung bearbeitet
(auf beiden Seiten –x^2 / -2x / +7)

Das daraus entstandene Ergebnis (2,2) wird in eine der beiden quadratischen Gleichungen eingesetzt.
y= 2,2^2+2*2,2-7
y ergibt nach der Berechnung 2,24.
Somit ist der Schnittpunkt (2,2/2,24) festgelegt.